DOI: 10.30987/conferencearticle_5e0282115c9ed3.43388650
УДК 621.9.06.229

Р.А. Юсифов
(г. Сумгаит, Сумгаитский государственный университет)
R.A. Yusifov (Sumgayit, Sumgayit State University)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРАЦИОННОГО УСТРОЙСТВА С НИЗКОЧАСТОТНЫМ МЕХАНИЧЕСКИМ КОЛЕБАНИЕМ

MATHEMATICAL MODEL FOR EXPERIMENTAL RESEARCH OF VIBRATION EQUIPMENT WITH LOW FREQUENCY MECHANICAL VIBRATION

Рассмотрен вопрос получения математической модели на основе уравнений Лагранжа для экспериментального исследования вибрационного устройств. Предложена структурная схема вибрационного устройства с *низкочастотным механическим колебанием с размещением его активных элементов, соответственно нагрузок, тарелки и якоря, электромагнита, цилиндрических пружин и демпфера.*

Полученная математическая модель позволяет определить зависимость величины перемещения якоря от частоты и суммарных сил вибрационного устройства с низкочастотным механическим колебанием.

The problem of obtaining a mathematical model based on the Lagrange equations for experimental research of vibration devices is considered. A structural diagram of a vibrating device with low-frequency mechanical vibration with the placement of its active like of respectively, loads, a plate and anchors, an electromagnet, coil springs and a damper is proposed.

The resulting mathematical model allows determining the dependence of the value of the movement of the anchors of the frequency and the total forces of the vibrating device with low-frequency mechanical vibration.

Ключевые слова: вибрационное устройство, низкочастотное механическое колебание, математическая модель.

Keywords: vibratory device, low-frequency mechanical vibration, mathematical model.

В различных областях промышленностей часто применяются вибрационные устройства, работающие в пределах низкой механической частоты [1]. Диапазон механической частоты таких устройств имеет величину от нуля до 25 Гц. В настоящее время получение такой низкой частоты обычно осуществляется при помощи конденсатора, последовательно включенного с катушкой электромагнита вибрационного устройства [2].

Исследование явлений в таких электромеханических системах производят на основе законов физики, описывающихся при помощи математической систем уравнений. Благодаря единству уравнений электрических и механических систем исследование явлений в механической системе может быть заменено исследованием процессов в электрической цепи.

Процессы в электромеханических системах, представляющих совокупность электрических и механических устройств, также могут с успехом исследоваться с помощью электромеханических аналогий. С целью упрощения исследования параметры механической системы приняты сосредоточенными.

Рассмотрим идеализированные элементы линейных механических систем, совершающих поступательные движения, которые в данном устройстве имеет место.

Рассмотренная система электромеханической аналогий не является единственной. Дифференциальные уравнения движения механической системы могут быть также получены на основании уравнений Лагранжа [3].

Применение уравнений Лагранжа позволяет получить математическую модель создаваемого вибрационного устройства. При работе рассматриваемого устройства все силы, действующие на пружины, являются симметричными, относительно оси У. Структурная схема устройства может быть представлена в виде указанной на рис. 1.

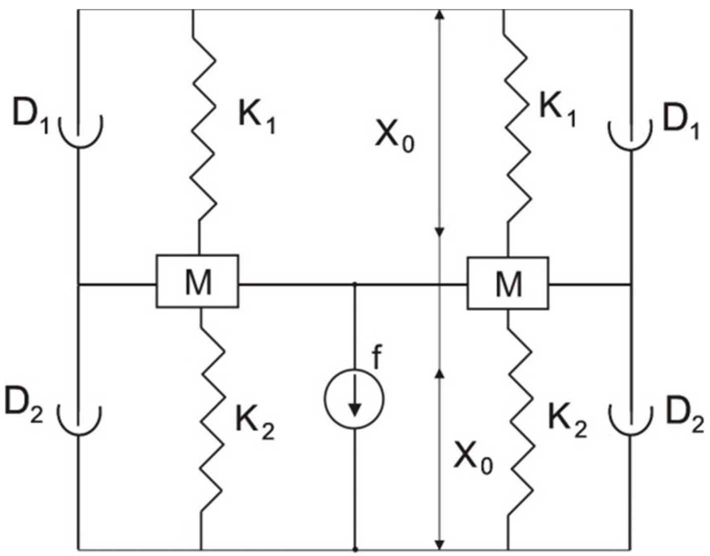

Рис. 1. Структурная схема вибрационного устройства

Структурная схема, приведенная на рис. 1, содержит следующие элементы: $M = \dfrac{M_H + M_T + M_1}{2}$ масса соответственно нагрузок, тарелки и якоря, f - сила электромагнита, 4 цилиндрические пружины (K_1K_2) и D-демпферы.

Как известно полная кинетическая энергия механической системы является квадратичной функции обобщенной скорости $\dot{y}$ и записывается в виде:

$$W_k = 2M(\dot{y})^2 \tag{1}$$

В процессе работы вибрационного устройства верхняя пружина с k_1 растягивается и её длина становится равной $(x_o + y)$, а в это время нижняя пружина сжимается на расстояние $x_o - y$. При этом полная потенциальная энергия получается равным.

$$W_n = 2(k_1 + k_2)y^2 \tag{2}$$

$\frac{\partial F_R}{\partial \dot{y}}$ - сила рассеяния Релея. Это функция представляет собой половинную скорость, с которой энергия рассеивается в виде тепла трению. Типичная форма этой функции для полной механической системы записывается в виде:

$$F_R = 2(D_1 + D_2)\dot{y}^2 \tag{3}$$

Уравнение Лагранжа является уравнением движения динамической системы по обобщенной координате и записывается в виде:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{y}}\right) + \frac{\partial W_n}{\partial y} + \frac{\partial F_R}{\partial \dot{y}} = f \tag{4}$$

Подставляя (1), (2) и (3) в (4) и производя некоторые преобразования, получим:

$$2M\dot{y} + 2(D_1 + D_2)\dot{y} + 2(k_1 + k_2)y = f \tag{5}$$

Разделы в каждый член уравнения (5) на 2 М и производя некоторые обозначения, будем иметь:

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = F \tag{6}$$

где

$$\delta = \frac{D_1 + D_2}{2M}; \omega_0^2 = \frac{k_1 + k_2}{M}; F = \frac{f}{2M} \tag{7}$$

ω - угловая частота колебаний механической системы, k_1, k_2 – постоянные пружин.

Так, как k_1, k_2 и М являются постоянными величинами, то полученное уравнение (6) будет неоднородным линейным дифференциальным уравнением, второго порядка с возбуждающими силами f.

Решение уравнения (6) отыскивают как сумма двух решений – общее и частное. Общее решение находим из однородной части уравнения (6), которое записывается в виде:

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0 \tag{8}$$

Отыскиваем однородное уравнение (8) представленное в виде:

$$y_0 = C_1 l^{y_2 t} + C_2 l^{y_2 t} \tag{9}$$

Общее решение неоднородного уравнения (6) будет иметь вид:

$$y = y_0 + y_2 = C_1 l^{y_2 t} + C_2 l^{y_2 t} + y_2 \tag{10}$$

где C_1, C_2-постоянные интегрирования подлежащие к определению, y_1, y_2 - корни характеристического уравнения дифференциального уравнения (8). Корни характеристического уравнения (8) представляется в виде

$$y_1 = -\delta + j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta + j\beta \tag{11}$$

$$y_2 = -\delta - j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta - j\beta \tag{12}$$

где
$$\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \tag{13}$$

Производя некоторые преобразования, получим общее решение неоднородного уравнения:

$$y = \frac{f_{1m}\cos(\Omega t + \alpha_1)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}} + \frac{f_{2m}\cos(2\Omega t + \alpha_2)}{\sqrt{(\omega_0^2 - 4\Omega^2)^2 + 16\Omega^2\delta^2}} + \frac{f_{3m}\cos(3\Omega t + \alpha_3)}{\sqrt{(\omega_0^2 - 9\Omega^2)^2 + 81\Omega^2\delta^2}}. \tag{14}$$

Полученная формула позволяет определить зависимость величины перемещения якоря от частоты и суммарных сил вибрационного устройства с низкочастотным механическим колебанием.

Список литературы

1. *Bakshi, K.A.* Electronic Measurement Systems. – US : Technical Publications, 2008. – P. 4–14.

2. Патент РФ № 2339965. Вибрационный магнитометр / Великанов Д. А. Опубл. 27.11.08, Бюл. № 33.

3. *Медведев, Б.В.* Начала теоретической физики. Механика, теория поля, элементы квантовой механики. – М.: Физматлит, 2007.

Материал поступил в редколлегию 02.09.19.