DOI: 10.51932/9785907271739_265
УДК 621.9

Т.М. Халилов
(г. Казань, Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСКРОЯ ЛИСТОВОГО МАТЕРИАЛА СИМПЛЕКСНЫМ МЕТОДОМ

SOLUTION OF THE PROBLEM OF CUTTING THE SHEET MATERIAL BY THE SIMPLEX METHOD

Выполнен раскрой листового материала по критерию: симплексного метода. Расчет раскроя производится с помощью симплексного метода.

In this article, the cutting of sheet material is made according to the criterion: the simplex method. The calculation of the cutting is carried out using the simplex method.

Ключевые слова: раскрой листового материала, симплекс метод.

Keywords: cutting sheet material, simplex method.

Одной из главных задач промышленности является снижение затрат производства, в том числе и путем оптимального использования материалов и ресурсов. Во многих отраслях промышленности требуется раскрой материала. Дерево, пластик, металл, стекло и другие промышленные материалы поступают на производство в виде целых единиц (объектов): листы, рейки, доски, рулоны, мотки, полосы. Эти материалы необходимо раскраивать на части определенных размеров и форм, при этом значительная часть материала идет в отходы, которые не находят применения в производстве. Количество отходов составляет значительный процент, заметно влияющий на общий бюджет предприятий, ведь помимо прямых затрат на дорогостоящие материалы существуют и второстепенные, например, такие, как транспортировка, складирование и утилизация. На практике для решения задачи раскроя используются автоматизированные системы поддержки принятия решения [1, 2].

Рассмотрим завод по производству металлических конструкций. Для производства конструкций необходима нарезка листа металла на определенные размеры прямоугольной формы. Возникает необходимость в минимизации отходов с листов металла при минимальном количестве листового материала. Данная задача относится к классу задач линейного раскроя. Общая постановка формулируется следующим образом. Дан прямоугольный лист определенных размеров и n прямоугольных деталей, деталь вида j имеет индивидуальные размеры. Лист необходимо раскроить таким образом, чтобы было наименьшее число отходов с одного листа и было затрачено наименьшее число листов.

Задача оптимального раскроя материалов заключается в определении наиболее рационального способа раскроя имеющегося материала (бревна, стальные листы, кожа и т.д.), при котором будет изготовлено наибольшее количество готовых изделий в заданном ассортименте или будет достигнуто наименьшее количество отходов [3].

Пусть на обработку поступает а единиц сырьевого материала одного вида (например, а листов одной длины). Из него требуется изготовить комплекты, в каждый из которых входит n видов изделий в количестве, пропорциональном числам b_1, $b_2 .... b_n$. Имеется m способов раскроя (обработки) данного материала, т.е. известны величины a_{ij} ($i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$), определяющие количество единиц j-х изделий при i-м способе раскроя единицы сырьевого материала.

В таблице 1 определен план раскроя, обеспечивающий максимальное количество комплектов. Согласно условиям задачи имеем таблицу раскроя, где по вертикали идет способ раскроя, а по горизонтали вид изделия.

Таблица1. Таблица раскроя

	1	i	n
1	a_{11}	a_{1i}	a_{1n}
i	a_{i1}	a_{ij}	a_{in}
m	a_{m1}	a_{mj}	a_{mn}

Пусть i x – количество единиц сырьевого материала, раскраиваемого i-м вариантом ($i = \overline{1,m}$)

Тогда количество изделий 1-го вида равно:

$$a_{11} x_1 + \ldots + a_{i1}x_i + \ldots + a_{m1}x_m.$$

Принимая во внимание условие комплектности, имеем:

$$a_{11} x_1 + \ldots + a_{i1}x_i + \ldots + a_{m1}x_m = b_1y,$$

где y - количество комплектов.

Аналогичные равенства можно записать и для всех остальных видов изделий, т.е условие комплектности приводит к системе ограничений:

$$a_{11} x_1 + \ldots + a_{i1}x_i + \ldots + a_{m1}x_m = b_1y \quad (j = \overline{1,n}).$$

Очевидно,

$$x_1 + \ldots + x_i + \ldots + x_m \leq a$$

(на раскрой поступает а единиц сырьевого материала), а также

$$x_i \geq 0 \ (i = \overline{1,m}).$$

Цель задачи – максимизировать количество комплектов:

$$Z = y \rightarrow \max.$$

Итак, приходим к математической модели задачи о раскрое представленной в формуле 1:

$$Z = y \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\ x_i = b_i\, y\ (\mathrm{j}\ =\ \overline{1,n}) \\ \sum_{i=1}^{m} x_i\ \le a \end{cases}$$

$$x_i \ge 0\ (\mathrm{i} = \overline{1,m}).$$

Формула 1. Математическая модель задачи раскроя.

Чтобы выразить целевую функцию через переменные $x_{1},\ldots,x_m$, достаточно воспользоваться любым из соотношений формула 2:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_i}{b_i} \qquad (\mathrm{j}\ =\ \overline{1,n})$$

Формула 2. Целевая функция.

Одним из решен задачи раскроя с максимальным количеством деталей является симплекс-метод. Симплекс метод - это метод последовательного перехода от одного базисного решения (вершины многогранника решений) системы ограничений задачи линейного программирования к другому базисному решению до тех пор, пока функция цели не примет оптимального значения (максимума или минимума)

Всякое неотрицательное решение системы ограничений называется допустимым решением.

Пусть имеется система m ограничений с n переменными (m<n). Допустимым базисным решением является решение, содержащее m неотрицательных основных (базисных) переменных и n-m не основных (небазисных или свободных) переменных. Неосновные переменные в базисном решении равны нулю, основные же переменные, как правило отлично от нуля, то есть являются положительными числами. Любые m переменных системы m линейных уравнений с n переменными называются основными, если определить из коэффициентов при них отличен от нуля. Тогда остальные n-m переменные называются не основными (или свободными) [4, 5].

Требуется разработать оптимальный план раскроя стандартных листов стали, обеспечивая выход планового числа заготовок разного вида при минимальных суммарных отходах, если известно, что из партии листовой стали необходимо нарезать четыре вида различных заготовок в количестве b_i (i = 1, 2,..,4) штук. Лист стали стандартных размеров может быть раскроен четырьмя способами. Каждому возможному способу раскроя соответствует карта раскроя. Из карт раскроя известен выход заготовок в штуках разных видов a_{ij} (i = 1, 2,…4; j = 1,2,…,4), а также площадь отходов c_j (j = 1, 2,…,n) при раскрое одного листа стали по j-му способу раскроя. Какое количество листов стали необходимо раскроить тем или иным способом, чтобы отходы были минимальными? В таблице 2 приведен план задачи

Таблица 2. План

Виды заготовок	План задание по количеству заготовок (b_1)	Выход заготовок (шт) разных видов из карт раскроя (a_{ij})			
		1	2	3	4
1	240	1	4	0	1
2	200	1	0	4	0
3	120	1	0	0	3
4	140	1	1	0	3
Площадь отходов, м^2 (c_j)		1.4	0.1	2.1	0.1

Составим математическую модель задачи. Обозначим через x_j – количество исходного материала (листов стали), которые необходимо раскроить по одному из способов *j*. Ограничения в задаче должны соответствовать плановому выходу заготовок различных видов. Целевая функция сводиться к нахождению минимума отходов при раскрое

$$F=1,4\cdot x_1+0,1\cdot x_2+2,1\cdot x_3+0,1\cdot x_4\rightarrow(\min)..$$

Ограничения по выходу заготовок i-го вида по всем j способам раскроя:

$$\begin{gathered} x_1 + 4x_2 + x_4 \geq 240 \\ x_1 + 4x_3 \geq 200 \\ x_1 + 3x_4 \geq 120 \\ x_1 + x_2 + 3x_4 \geq 140 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, \geq 0 \end{gathered}$$

Симплекс-таблица с дельтами в табл. 3.

Таблица 3 Готовая симплекс таблица

C	$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{21}{10}$	$\frac{1}{10}$	0	0	0	0	0
Базис	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	b
X_5	$\frac{1}{6}$	1	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{12}$	0	50
X_6	$\frac{1}{4}$	0	1	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	0	50
X_7	$\frac{1}{3}$	0	0	1	0	0	$-\frac{1}{3}$	0	40
X_8	$\frac{1}{6}$	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{11}{12}$	1	30
Δ	$-\frac{33}{40}$	0	0	0	$-\frac{1}{40}$	$-\frac{21}{40}$	$-\frac{1}{40}$	0	114

Проверяем план на оптимальность: положительные дельты отсутствуют, следовательно план оптимален (План оптимален, если в таблице отсутствуют положительные дельты.)

Ответ: $x_1 = 0$, $x_2 = 50$, $x_3 = 50$, $x_4 = 40$, $F = 114$

Основным требованием при выборе способа раскроя листовой заготовки является создание оптимальной карты раскроя, позволяющей выполнить резку обрабатываемой детали с минимальным расходом материала и максимальным количеством деталей на ней.

Процесс раскроя фигурных заготовок заключается в анализе конструкторско-технических характеристик обрабатываемой детали, параметров раскроя и организационно-технических условий выполнения операции.

Список литературы

1. *Аверченков, В. И.* Автоматизация проектирования технологических процессов / В. И. Аверченков, 2004. - 228 с.

2. *Свами, М.* Графы и алгоритмы/ М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир, 1984. - 454 с.

3. *Норенков, И.П.* Основы автоматизированного проектирования / И.П. Норенков. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. - 430 с.

4. *Хемди А. Таха.* Симплекс-метод. Введение в исследование операций/ Хемди А. Таха. – 7-е изд. – М.: «Вильямс», 2007. - 95 с.

5. *Акулич, И.Л.* Задачи линейного программирования. Математическое программирование в примерах и задачах/ И.Л. Акулич — М.: Высшая школа, 1986. - 319 с.

Материал поступил в редколлегию 05.10.20.